www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : **حسابان**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۱۰:۳۰**	مدت امتحان : **۱۵۰ دقیقه**
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : **۱۹ / ۱۰ / ۱۳۸۵**	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **دی** ماه سال **۱۳۸۵**		**اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	آیا رابطه ی زیر تابع است ؟ چرا ؟ $\|x\|+(y-۱)^۲=۰$	۰/۷۵
۲	توابع f و g با ضابطه های $f(x)=\sqrt{۱-x}$ و $g(x)=\frac{۱}{x^۲-۱}$ مفروضند . **اولاً :** دامنه ی توابع f و g و gof را تعیین کنید . **ثانیاً :** در صورت امکان ضابطه ی gof را بنویسید .	۱/۲۵
۳	α و β ریشه های معادله ی $x^۲-\sqrt{۲}x-۳=۰$ می باشند . بدون حل معادله ، مقدار عددی عبارت $\frac{\alpha+\beta}{\alpha^۲+\beta^۲}$ را محاسبه کنید .	۱
٤	تابع f با ضابطه ی $f(x)=\begin{cases}۴x-x^۲-۳ & x<۲\\ x-۲ & x\geq ۲\end{cases}$ مفروض است . **اولاً** ثابت کنید این تابع در بازه ی $(-\infty,۲)$ یک به یک است . **ثانیاً** ضابطه ی تابع معکوس تابع f را در بازه ی $(-\infty,۲)$ بنویسید .	۱/۲۵
۵	درستی رابطه ی زیر را ثابت کنید . $\cos۲۰^\circ+\cos۱۴۰^\circ+\cos۱۰۰^\circ=۰$	۰/۷۵
٦	حدود زیر را در صورت وجود تعیین کنید . ([ ] نماد جزء صحیح است) **الف)** $\lim_{x\to(-۱)}\frac{x^۳+۲x^۲-۱}{x^۵+۱}$ **ب)** $\lim_{x\to ۶^-}\frac{۵-[x]}{x-۶}$ **ج)** $\lim_{x\to(-\infty)}۲x\sin\frac{۱}{x}$ **د)** $\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{۴x^۲-x}-۲x)$ **ه)** $\lim_{x\to(\frac{۳\pi}{۲})^+}\tan x$	۳/۲۵
۷	معادلات خطوط مجانب قائم و افقی تابع $y=\frac{۲x-۱}{۴-x^۲}$ را در صورت وجود تعیین کنید .	۰/۷۵
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : **حسابان**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۱۰:۳۰**	مدت امتحان : **۱۵۰ دقیقه**
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : **۱۹ / ۱۰ / ۱۳۸۵**	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **دی** ماه سال **۱۳۸۵**		**اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**	

ردیف	سؤالات	نمره
۸	**نوع پیوستگی تابع** f **با ضابطه ی** $f(x)=\begin{cases}[x]-1 & x<3\\ x^2-x-4 & x\geq 3\end{cases}$ **را در** $x_0=3$ **بررسی کنید .** **([ ] نماد جزء صحیح است)**	۱
۹	**مشتق توابع زیر را بنویسید . (ساده کردن مشتق الزامی نیست)** **الف)** $y=(\frac{2}{x}-\sqrt{x})^2+Arc\tan(2x-5)$ **ب)** $y=\sqrt[3]{x}(\sin^2 x-3\cos x)$ **ج)** $y=\frac{x^3+2}{5x^2}$	۱/۷۵
۱۰	**بادکنک کروی شکل با شعاع ۱۰ سانتی متر را حرارت می دهیم . در اثر حرارت شعاع کره با سرعت ۰/۰۳ سانتی متر افزایش می یابد . آهنگ تغییر حجم کره را تعیین کنید .**	۱
۱۱	**معادله ی خط قائم بر منحنی تابع** $y^3+x^2y-2=0$ **را در نقطه ی** $(1,1)$ **واقع بر منحنی بنویسید .**	۱/۵
۱۲	**در تابع** $y=ax^3+bx^2+c$ **ضرایب** a **و** b **و** c **را چنان تعیین کنید که نمودار تابع از مبدأ مختصات بگذرد و نقطه ی** $(1,1)$ **نقطه ی عطف آن باشد .**	۱/۵
۱۳	**ابتدا نمودار تابع** f **با ضابطه ی** $f(x)=\begin{cases}x^2-2x & x\leq 1\\ \sqrt{x-1} & 1<x\leq 5\end{cases}$ **را رسم کنید . سپس در صورت وجود مختصات نقاط اکسترمم نسبی و مطلق و بحرانی آن را تعیین کنید .**	۱/۵
۱۴	**جدول تغییرات و نمودار تابع** $y=\sin^2 x-\sin x$ **را در بازه ی** $[0,2\pi]$ **رسم کنید .**	۱/۵
۱۵	**اولاً نمودار تابع** $y=\frac{|x-3|-4}{2}$ **را رسم کنید . ثانیاً مقدار** $\int_{-2}^{5}\frac{|x-3|-4}{2}dx$ **را حساب کنید .**	۱/۲۵
	« موفق باشید » **جمع نمره**	۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **حسابان**	رشته : **ریاضی فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : **۱۹ / ۱۰ / ۱۳۸۵**
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **دی** ماه سال **۱۳۸۵**	**اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$\left.\begin{array}{l}\mid x\mid\geq ۰,(y-۱)^۲\geq ۰\\ \mid x\mid+(y-۱)^۲=۰\end{array}\right\}\rightarrow \mid x\mid=۰,(y-۱)^۲=۰\ (۰/۲۵)\rightarrow x=۰,y=۱(۰/۲۵)\rightarrow f=\{(۰,۱)\}$ **تابع هست زیرا فقط یک زوج مرتب دارد .** (۰/۲۵)	۰/۷۵
۲	$D_f=(-\infty,۱],D_g=R-\{۱,-۱\}(۰/۲۵)$ $Dgof=\{x\in D_f \mid f(x)\in D_g\}(۰/۲۵)=\left\{x\in(-\infty,۱]\mid \underbrace{\sqrt{۱-x}}_{x\neq ۰}\neq ۱,-۱\right\}(۰/۲۵)\Rightarrow$ $D_{gof}=(-\infty,۱]-\{۰\}=(-\infty,۰)\cup(۰,۱]\ (۰/۲۵)\ \ gof(x)=\frac{۱}{۱-x-۱}=\frac{-۱}{x}\ (۰/۲۵)$	۱/۲۵
۳	$\left.\begin{array}{l}\alpha+\beta=-\frac{b}{a}=\sqrt{۲}\ (۰/۲۵)\\ \alpha\beta=\frac{c}{a}=-۳\quad (۰/۲۵)\end{array}\right\}\Rightarrow$ $\frac{\alpha+\beta}{\alpha^۲+\beta^۲}=\frac{\alpha+\beta}{(\alpha+\beta)^۲-۲\alpha\beta}(۰/۲۵)=\frac{\sqrt{۲}}{(\sqrt{۲})^۲-۲(-۳)}=\frac{\sqrt{۲}}{۸}(۰/۲۵)$	۱
٤	$y=-x^۲+۴x-۳=-[(x-۲)^۲-۱](۰/۲۵)$ $\left.\begin{array}{l}y_۱=-[(x_۱-۲)^۲-۱]\\ y_۲=-[(x_۲-۲)^۲-۱]\\ y_۱=y_۲\quad (۰/۲۵)\end{array}\right\}\Rightarrow x_۱=x_۲\rightarrow(۰/۲۵)$ **تابع یک به یک است پس معکوس پذیر است** $y=-[(x-۲)^۲-۱]\rightarrow(x-۲)^۲=۱-y\rightarrow \underset{x<۲}{\mid x-۲\mid}=\sqrt{۱-y}\Rightarrow -(x-۲)=\sqrt{۱-y}\ (۰/۲۵)\rightarrow$ $x=۲-\sqrt{۱-y}\rightarrow f^{-۱}(x)=۲-\sqrt{۱-x}\ ,x<۱\ \ (۰/۲۵)$	۱/۲۵
۵	$\cos ۲۰^\circ+\cos ۱۴۰^\circ+\cos ۱۰۰^\circ=۲\cos ۸۰^\circ\cos ۶۰^\circ+\cos ۱۰۰^\circ=$ (۰/۲۵) $-۲\cos ۱۰۰^\circ\times\frac{۱}{۲}+\cos ۱۰۰^\circ=۰$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۰/۷۵
	« ادامه در صفحه ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **حسابان**	رشته : **ریاضی فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : **۱۹ / ۱۰ / ۱۳۸۵**
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **دی** ماه سال **۱۳۸۵**	**اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۶		۳/۲۵

الف) $\lim_{x\to(-1)} \frac{x^3+2x^2-1}{x^5+1} = \lim_{x\to(-1)} \frac{(x+1)(x^2+x-1)(0/25)}{(x+1)(x^4-x^3+x^2-x+1)(0/25)} =$

$\lim_{x\to(-1)} \frac{x^2+x-1}{x^4-x^3+x^2-x+1} = \frac{-1}{5}$ (۰/۲۵)

ب) $\lim_{x\to 6^-} \frac{5-[x]}{x-6} = \lim_{\substack{x\to 6^- \\ x<6 \\ [x]=5}} \frac{5-5}{x-6} = \frac{\text{صفرمطلق}}{\text{صفرنسبی}} = 0$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

ج) $\lim_{x\to(-\infty)} 2x\sin\frac{1}{x} = \lim_{x\to(-\infty)} \frac{2\sin\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} = 2$ (۰/۲۵)

روش اول : (۰/۲۵)

روش دوم : با استفاده از قضیه فشردگی (۰/۲۵)

د) $\lim_{x\to+\infty} \frac{(\sqrt{4x^2-x}-2x)(\sqrt{4x^2-x}+2x)(0/25)}{\sqrt{4x^2-x}+2x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{4x^2-x-4x^2}{\underbrace{|2x|}_{2x}+2x} =$

(۰/۲۵)

$\lim_{x\to+\infty} \frac{-x}{4x} = \frac{-1}{4}$ (۰/۲۵)

ه) $\lim_{x\to(\frac{3\pi}{2})^+} \tan x = \lim_{x\to(\frac{3\pi}{2})^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

یا $x > \frac{3\pi}{2}$ **پس انتهای کمان‌درمنطقه‌ی چهارم قرار دارد و بنابراین** $\tan x < 0$ **پس جواب** $-\infty$ **می شود.** (۰/۲۵) (۰/۵)

۷	$D = R - \{2,-2\}$	۰/۷۵
	مجانبهای قائم $\lim_{x\to 2^{\pm}} y = \pm\infty$, $\lim_{x\to(-2)^{\pm}} y = \pm\infty \Rightarrow x = 2, x = -2$ (۰/۵)	
	مجانب افقی $\lim_{x\to\pm\infty} y = 0 \to y = 0$ (۰/۲۵)	
	« ادامه در صفحه ی سوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **حسابان**	رشته : **ریاضی فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : **۱۹ / ۱۰ / ۱۳۸۵**
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **دی** ماه سال **۱۳۸۵**	**اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

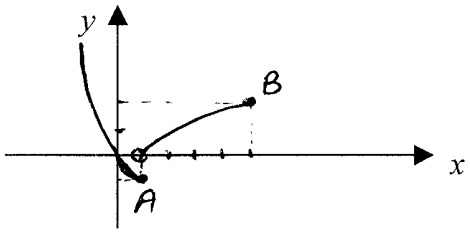
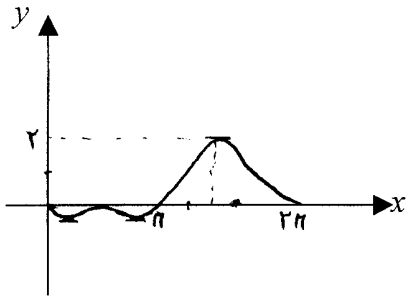
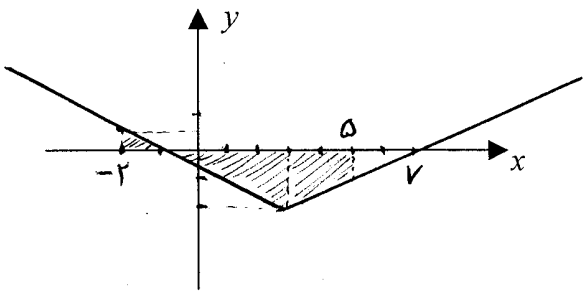
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	$\lim_{x\to ۳^-} f(x) = \lim_{x\to ۳^-} ([x]-۱) = ۲-۱ = ۱$ (۰/۲۵) , $f(۳) = ۲$ $\lim_{x\to ۳^+} f(x) = \lim_{x\to ۳^+} (x^۲ - x - ۴) = ۹ - ۳ - ۴ = ۲$ (۰/۲۵) $\lim_{x\to ۳^-} f(x) \neq \lim_{x\to ۳^+} f(x) \Rightarrow \lim_{x\to ۳} f(x)$ **وجود ندارد** $\rightarrow$ **پیوسته نیست** f **در** $x = ۳$ (۰/۲۵) **ولی چون** $f(۳) = \lim_{x\to ۳^+} f(x) = ۲$ **پس** f **در** $x_۰ = ۳$ **پیوستگی از راست دارد .** (۰/۲۵)	۱
۹	**الف)** $y' = ۲(\frac{۲}{x} - \sqrt{x})(\frac{-۲}{x^۲} - \frac{۱}{۲\sqrt{x}}) + \frac{۲}{۱+(۲x-۵)^۲}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) **ب)** $y' = \frac{۱}{۳\sqrt[۳]{x^۲}}(\sin^۲ x - ۳\cos x) + (۲\sin x\cos x + ۳\sin x)\sqrt[۳]{x}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) **ج)** $y' = \frac{۳x^۲(۵x^۲) - ۱۰x(x^۳+۲)}{(۵x^۲)^۲}$ (۰/۵)	۱/۷۵
۱۰	$V = \frac{۴}{۳}\pi R^۳$ (۰/۲۵) $\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dR}\times\frac{dR}{dt} = ۴\pi R^۲ \times ۰/۰۳ = ۱۲\pi$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱
۱۱	$y^۳ + x^۲y - ۲ = ۰ \rightarrow y' = \frac{-۲xy}{۳y^۲ + x^۲}$ (۰/۵) $\rightarrow m_{\text{مماس}} = -\frac{۱}{۲} \rightarrow m_{\text{قائم}} = ۲ \Rightarrow$ (۰/۲۵) **معادله ی قائم** $y - ۱ = ۲(x-۱) \Rightarrow y = ۲x - ۱$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱/۵
۱۲	$y' = ۳ax^۲ + ۲bx$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y'' = ۶ax + ۲b$ (۰/۲۵) $\left.\begin{array}{l} ۱ = a+b+c \\ ۰ = ۰+۰+c \rightarrow c = ۰ \\ ۰ = ۶a + ۲b \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} a+b = ۱ \\ ۳a+b = ۰ \end{cases} \rightarrow a = -\frac{۱}{۲}, b = \frac{۳}{۲}$ (۰/۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱/۵
	« ادامه در صفحه ی چهارم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **حسابان**	رشته : **ریاضی فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : **۱۹ / ۱۰ / ۱۳۸۵**
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **دی** ماه سال **۱۳۸۵**	**اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۳	**نقاط بحرانی :** $A(۱,-۱)\ ,\ B(۵,۲)$ (۰/۵) **نقاط** Min **نسبی و مطلق :** $A(۱,-۱)$ (۰/۲۵) **نقاط** Max **نسبی و مطلق : ندارد** (۰/۲۵)  **رسم** (۰/۵)	۱/۵
۱٤	$y' = ۲\sin x\cos x - \cos x = \cos x(۲\sin x - ۱)$ (۰/۲۵) $y' = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \cos x = ۰ \Rightarrow x = \frac{\pi}{۲}, x = \frac{۳\pi}{۲} \rightarrow y = ۰, y = ۲ \\ ۲\sin x - ۱ = ۰ \Rightarrow x = \frac{\pi}{۶}, x = \frac{۵\pi}{۶} \rightarrow y = -\frac{۱}{۴} \end{cases}$ و $\begin{cases} x = ۰ \\ x = ۲\pi \end{cases} \rightarrow y = ۰$ $y = ۰ \rightarrow \sin x(\sin x - ۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \sin x = ۰ \rightarrow x = ۰, x = \pi, x = ۲\pi \\ \sin x - ۱ = ۰ \rightarrow x = \frac{\pi}{۲} \end{cases}$ x: ۰ $\frac{\pi}{۶}$ $\frac{\pi}{۲}$ $\frac{۵\pi}{۶}$ π $\frac{۳\pi}{۲}$ ۲π y': — ۰ + ۰ — ۰ + ۰ — y: ۰ $\frac{-۱}{۴}$ ۰ $\frac{-۱}{۴}$ ۰ ۲ ۰ **جدول** (۰/۷۵)  **رسم** (۰/۵)	۱/۵
۱۵	$y = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۷ \\ x = -۱ \end{cases}$ $x = ۳ \Rightarrow y = -۲$ $\int_{-۲}^{۵} y dx = \int_{-۲}^{-۱} y dx + \int_{-۱}^{۳} y dx + \int_{۳}^{۵} y dx =$ $\frac{۱ \times \frac{۱}{۲}}{۲} - \frac{۴ \times ۲}{۲} - \frac{۲(۱+۲)}{۲} = -\frac{۲۷}{۴}$ **محاسبه** (۰/۷۵)  **رسم** (۰/۵)	۱/۲۵
	مصححین گرامی ، با سلام **لطفاً برای روش های حل درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید .**	۲۰

www.alm.loxblog.com